

## بررسی خودپالایی جریان‌های رودخانه‌ای با توسعه و کاربرد مدل‌های ریاضی

### مطالعه موردی: رودخانه پسیخان - گیلان

امیرحسین انصاری پور، کیومرث ابراهیمی\* و محمدحسین امید\*\*

\* نگارنده مسئول، نشانی: کرج، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، تلفن: (۰۲۶)۳۲۲۲۶۱۸۱،

پيام‌نگار: ebrahimik@ut.ac.ir

\*\* به ترتیب: دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب؛ دانشیار؛ و استاد گروه مهندسی آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران

تاریخ دریافت: ۹۱/۳/۱۸؛ تاریخ پذیرش: ۹۲/۲/۱۴

#### چکیده

ظرفیت خودپالایی رودخانه‌ها تابع عوامل زمانی و مکانی، نوع و شدت بار آلاینده‌های ورودی و نیز شرایط محیطی بستر رودخانه است. در حقیقت، ارزیابی خودپالایی رودخانه تعیین مقدار اکسیژن محلول در طول آن است که بر اساس این ظرفیت می‌توان دریافت رودخانه از لحاظ آلودگی در چه وضعیتی است و در چه نقاطی وضعیت بحرانی کمبود اکسیژن محلول وجود دارد. از طرف دیگر، برای تعیین عکس‌العمل قابل انتظار رودخانه به ورود آلاینده‌ها و شبیه‌سازی پارامترهای کیفی، استفاده از مدل‌های ریاضی ضروری است. در این مورد تئوری استریتر-فلیس از مبانی شناخته شده و معروف در محاسبات خودپالایی است. محدودیت روش پیشنهادی استریتر-فلیس صرف‌نظر کردن از ترم‌های انتقال و پخش است. در تحقیق حاضر در مرحله اول رابطه کلاسیک استریتر-فلیس به روش تحلیلی مدل شد. پس از آن با افزودن ترم‌های انتقال و پخش به رابطه مذکور، رابطه حاصل با استفاده از روش‌های عددی Upstream، FTCS، Lax & Wendroff و QUICKEST توسعه داده و مدل شد. برای تأمین داده‌های میدانی نیز در مهر و آبان ۱۳۸۹، در بازه‌ای به طول ۲ کیلومتر از رودخانه پسیخان نمونه‌برداری و پارامترهای DO، BOD،  $\text{NO}_3^-$  و  $\text{PO}_4$  در آزمایشگاه اندازه‌گیری شد. با مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده غلظت اکسیژن محلول توسط مدل‌های عددی دارای ترم‌های انتقال و پخش با مقادیر حل تحلیلی رابطه کلاسیک استریتر-فلیس در مقابل داده‌های میدانی، مشخص شد که افزودن ترم‌های انتقال و پخش سبب افزایش قابل توجه دقت پیش‌بینی‌ها می‌شود. نتایج همچنین نشان می‌دهد که همه روش‌های عددی مورد استفاده دقت خوبی دارند و اختلاف بین آن‌ها اندک است. هرچند از میان روش‌های عددی مورد استفاده، روش Upstream بیشترین دقت را از خود نشان داده است. علاوه بر آن، با توجه به روند تغییرات غلظت اکسیژن محلول مشخص شد که رودخانه پسیخان در بازه مورد نظر ظرفیت خودپالایی نسبتاً خوبی دارد.

#### واژه‌های کلیدی

اکسیژن محلول، خودپالایی، رودخانه پسیخان، روش استریتر-فلیس، روش‌های عددی، مدل ریاضی

#### مقدمه

سامانه‌های کنترل و نظارت بر آلودگی منابع آب از جمله عواملی است که ضرورت توجه بیشتر به کیفیت منابع آب موجود را ایجاد می‌کند. ورود آلاینده‌های تجزیه‌پذیر زیستی به رودخانه‌ها باعث ایجاد اختلال در توازن اکسیژن محلول می‌شود. تعادل بین مصرف اکسیژن و اکسیژن‌گیری آب، منحنی افت<sup>۱</sup> اکسیژن محلول را نتیجه

افزایش جمعیت و توسعه شهری، کشاورزی و صنعتی کشور اهمیت توجه به کیفیت منابع آبی موجود را بیش از پیش نمایان می‌سازد. محدودیت منابع آب، ارزان بودن قیمت آب، مدیریت ناصحیح آب کشاورزی، قدیمی بودن شیوه‌های تولید صنعتی و آلوده‌سازی آن‌ها و ناکارایی

غیرخطی، به مدل‌سازی ریاضی و تحلیل کاهش اکسیژن محلول در رودخانه پرداختند. نتایج تحقیق این محققان نشان می‌دهد که اگر آلاینده‌های ارگانیک به طور مستمر وارد رودخانه شوند، غلظت اکسیژن محلول کاهش می‌یابد و زندگی موجودات آبی با خطر جدی مواجه خواهد شد. آن‌ها پیشنهاد کردند برای جلوگیری از این پیشامد باید ورود آلاینده‌ها به رودخانه کنترل شود تا بیش از حد مجاز تخلیه نشود.

نظری علوی و همکاران (Nazari-Alavi *et al.*, 2007) خودپالایی رودخانه جاجرود را با استفاده از روش‌های استریتر-فلپس، حل تحلیلی و روش‌های عددی بررسی و تغییرات سه پارامتر دما، اکسیژن محلول و اکسیژن‌خواهی بیوشیمیایی را در حد فاصل دو ایستگاه هیدرومتری روی رودخانه جاجرود تحلیل کردند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد هر سه روش عددی، تحلیلی و استریتر-فلپس، توانایی شبیه‌سازی اکسیژن محلول و اکسیژن‌خواهی بیوشیمیایی را برای رودخانه جاجرود دارند. پی و شیا (Pei & Xiao, 2007) با به کارگیری معادله استریتر-فلپس، تأثیر خصوصیات هیدرولیکی رودخانه را بر میزان تغییرات اکسیژن محلول بررسی کردند. یو و سالوادور (Yu & Salvador, 2005) از یک واکنش مرتبه اول و معادله اصلاح شده استریتر-فلپس برای شبیه‌سازی اکسیژن محلول و اکسیژن‌خواهی بیوشیمیایی در طول بازه‌های مختلف رودخانه استفاده کردند. این دو محقق مدل‌های مورد استفاده را در قالب یک نرم‌افزار تحت ویندوز به کار بردند. این مدل نرم‌افزاری پارامترهای مختلف از جمله دبی رودخانه، دبی آلاینده‌های نقطه‌ای، فتوسنتز، اکسیژن‌خواهی نیتراتی و اکسیژن‌خواهی رسوب را در نظر می‌گیرد. همچنین ملکی (Maleki, 2007) طی مطالعه‌ای روی رودخانه پسیخان، پارامترهای نیترات، فسفات، آمونیوم و نیتروژن را با استفاده از مدل‌های MIKE11 و WASPS6 شبیه‌سازی نمود. مقایسه نتایج

می‌دهد. این منحنی که از ترکیب دو فرآیند اکسیژن‌زدایی و اکسیژن‌گیری به دست می‌آید، میزان اکسیژن محلول موجود در آب رودخانه را بیان می‌کند و در بهسازی رودخانه بسیار مهم است. با افزایش آلاینده‌ها و تجزیه شدن آن‌ها بر اثر فعالیت میکروارگانیسم‌ها، ممکن است میزان اکسیژن محلول حتی به صفر هم برسد. فرآیند افزایش اکسیژن‌گیری از اتمسفر و کاهش مواد آلی قابل تجزیه سبب می‌شود رودخانه به وضعیت سابق و شرایط نرمال بازگردد. بررسی این روند در خصوص اطلاع از توان جریان رودخانه برای حفظ بقای موجودات به ویژه ماهیان ضروری است (Khatami, 2007).

در رویکرد مدل‌سازی، روابط حاکم بر پدیده‌ها به همدیگر مرتبط می‌شوند تا بتوان رابطه علت و معلولی بین بار آلاینده‌های ورودی به رودخانه و تغییرات کیفیت آب را تعیین کرد. در همین زمینه، سرکان و اوین (Serkon & Evine, 2009) تغییرات اکسیژن محلول را در رودخانه هرسیت بررسی نموده و با استفاده از معادله آلاینده نقطه‌ای استریتر-فلپس، پارامترهای دما و اکسیژن‌خواهی بیوشیمیایی را به عنوان متغیرهای موثر در پروفیل تغییرات اکسیژن محلول تعیین کردند. این محققان همچنین در ماه‌های مختلف، میزان اکسیژن محلول بحرانی را در بازه‌های مختلف رودخانه مشخص کردند. نتیجه تحقیقات این دو نشان می‌دهد که مصرف اکسیژن محلول در ماه‌های فصل تابستان بیشتر از تولید آن است. تاشکوونکو و لونین (Tuchkovenko & Lonin, 2003) یک مدل ریاضی را برای شبیه‌سازی اکسیژن محلول در خلیج کارتاخنا ارائه کردند. این مدل ریاضی شامل دو قسمت اصلی شبیه‌سازی هیدرودینامیک و بیوشیمیایی است. نتایج به دست آمده از این تحقیق حاکی از دقت مدل ریاضی مورد استفاده برای این خلیج است. میسرا و همکاران (Misra *et al.*, 2006) با به کارگیری مدل ریاضی

نشان می‌دهد. این رودخانه یکی از اصلی‌ترین رودخانه‌های گیلان مرکزی است که پس از عبور از روستای پسیخان، در ناحیه شرقی تالاب انزلی تخلیه می‌شود. مساحت حوزه آبریز آن تا ایستگاه پسیخان ۶۶۵ کیلومتر مربع، طول آبراهه اصلی ۷۲ کیلومتر، طول انشعاب‌های دائمی رودخانه ۱۳۶ کیلومتر و متوسط حجم آبدهی آن در ایستگاه نوخاله اکبری در حدود ۷۳۶ میلیون متر مکعب در سال است. شیب متوسط حوضه در ایستگاه پسیخان ۶/۵ و شیب متوسط رودخانه ۱ درصد است. شیب رودخانه تا ارتفاع ۲۰۰ متری از سطح دریا حداکثر است و بعد از آن به سرعت تقلیل می‌یابد. توسعه صنعت و کشاورزی در اطراف این رودخانه و تخلیه بسیاری از زهکش‌ها به داخل آن موجب آلودگی آب این رودخانه شده است. توسعه شبکه‌های آبیاری در اطراف این رودخانه و آبیگری از آن برای امور کشاورزی، بررسی کیفیت آب این رودخانه را حائز اهمیت کرده است.

بررسی‌های اولیه نشان داد که تا کنون توان خودپالایی و تغییرات پارامترهای کیفی اکسیژن محلول و اکسیژن‌خواهی بیوشیمیایی در رودخانه پسیخان مطالعه و اندازه‌گیری نشده است. به همین علت چهار پارامتر اکسیژن محلول، اکسیژن‌خواهی بیولوژیکی، نیترات و فسفات به همراه مشخصات هیدرولیکی جریان رودخانه شامل سرعت، عمق، سطح مقطع و دبی در بازه مورد نظر در دو نوبت، در ماه‌های مهر و آبان سال ۱۳۸۹، اندازه‌گیری شد. برای این منظور، بازه‌ای به طول ۲ کیلومتر که هیچ‌گونه ورودی و خروجی جریان آب و آلاینده نقطه‌ای و یا غیرنقطه‌ای بارزی نداشت، به عنوان محدوده نمونه‌برداری انتخاب شد. این بازه از پل پسیخان شروع و به ۲ کیلومتری پایین‌دست آن ختم می‌شود. در طول بازه، با توجه به سرعت جریان رودخانه و با رعایت کلیه استانداردهای مربوط، نمونه‌گیری در سه مقطع انجام شد. نمونه‌ها پس از انتقال به آزمایشگاه کیفیت آب گروه

حاصل از مدل و مقادیر مشاهده‌ای وی، توانایی مدل را در شبیه‌سازی آلودگی رودخانه نشان می‌دهد. به طوری که ضریب همبستگی به دست آمده برای سیستم رودخانه پسیخان رضایت‌بخش بوده است. تمایز بررسی‌های ملکی (Maleki, 2007) با مقاله حاضر در آن است که در این مقاله، داده‌های جدیدی از رودخانه پسیخان ارائه شده ضمن آن که نتایج حل عددی به چهار روش عددی FTCS, Upstream, Lax & Wendroff و QUICKEST در مقابل یکدیگر مقایسه شده‌اند؛ و نتایج روش‌های عددی با نتایج حل تحلیلی رابطه کلاسیک استریتر-فلپس در مقابل داده‌های میدانی نیز مقایسه شده است.

همان‌طور که مشخص است، در اکثر تحقیقات قبلی از رابطه متداول استریتر-فلپس استفاده شده در حالی که فرض این رابطه ناچیز شمردن فرآیند انتقال و پخش است. در تحقیق حاضر، ترم‌های انتقال و پخش نیز به معادله استریتر-فلپس اضافه شد؛ تغییرات غلظت اکسیژن محلول شبیه‌سازی شد؛ از پارامترهای نیترات، فسفات و اکسیژن‌خواهی بیولوژیکی به عنوان آلاینده‌های کاهش‌دهنده اکسیژن محلول استفاده گردید؛ برای حل این معادله دیفرانسیل از چهار روش عددی FTCS, Upstream, Lax & Wendroff و QUICKEST بهره گرفته شد؛ و نتایج روش‌های عددی با نتایج حل تحلیلی رابطه کلاسیک استریتر-فلپس در مقابل داده‌های میدانی مقایسه شدند.

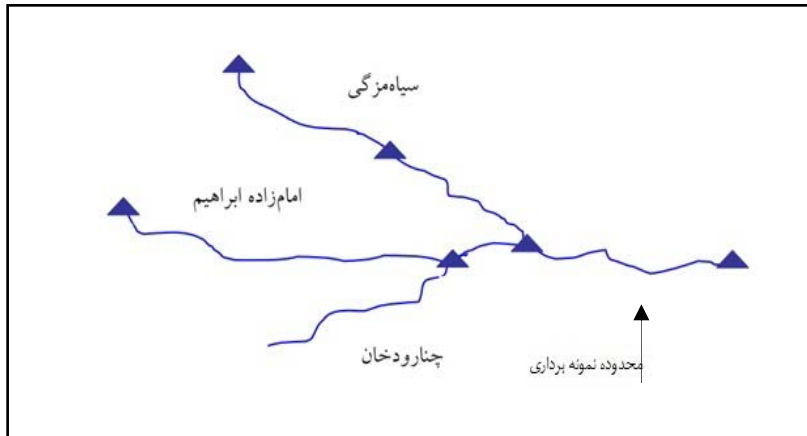
## مواد و روش‌ها

### منطقه مورد مطالعه

رودخانه پسیخان که از ارتفاعات ۲۸۰۰ متری استان گیلان سرچشمه می‌گیرد، از سرشاخه‌های اصلی سیاه‌مزگی، چوبر (امامزاده ابراهیم) و چنارودخان تشکیل شده است. شکل ۱، نمایی کلی از رودخانه پسیخان و سرشاخه‌های آن را با محدوده نمونه‌برداری تحقیق حاضر

با استفاده از سرعت‌سنج پروانه‌ای با شماره‌انداز دیجیتال اندازه‌گیری شد. مقدار جریان نیز با اندازه‌گیری مقطع هندسی از طریق مقاطع مرکب و سرعت‌های متوسط و عمق‌های اندازه‌گیری شده برآورد شد.

مهندسی آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران، تجزیه و تحلیل شدند. یادآوری می‌شود که تمرکز مقاله حاضر بر شبیه‌سازی تغییرات غلظت اکسیژن محلول در بازه مورد نظر است. در مقاطع مورد نظر عمق آب با استفاده از شاخص مدرج و سرعت متوسط در هر مقطع در ۰/۶ عمق



شکل ۱- رودخانهٔ پسبخان، سرشاخه‌های آن و محدودهٔ نمونه‌برداری

است (Chapra, 1997):

تجمع = ورودی جرم - خروجی جرم - مصرف + منبع  
در سال‌های گذشته پژوهشگران روش‌های متفاوتی را برای بررسی روند تغییرات اکسیژن محلول رودخانه‌ها پیشنهاد کرده‌اند. در تعیین مقدار اکسیژن محلول در رودخانه‌ها، نخستین گام اساسی را استریتر-فلپس (Streeter & Phelps, 1925) برداشتند. این محققان با این فرض که اثر فتوسنتز گیاهان آبی، فرآیند تنفسی آبزیان، اکسیژن‌خواهی نیتروژنی، و تغییرات غلظت ناشی از پخش و انتقال، ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن هستند، برای مدل‌سازی اکسیژن محلول یک مدل ریاضی را به شکل زیر ارائه دادند:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = k_a(c_s - c) - k_c L_c \quad (1)$$

حل تحلیلی رابطه ۱ نیز به صورت رابطه ۲ است:

## معادلات حاکم

در مدل‌سازی از روابط موجود بین فرایندهای زوال، پخش و انتقال آلاینده‌ها در آب‌های طبیعی و واکنش اکسیژن محلول رودخانه‌ها به بارهای آلودگی نقطه‌ای و غیرنقطه‌ای استفاده می‌شود. شناخت این روابط و عوامل مرتبط با آن، قانون‌گذاران و مدیران کیفیت آب و حوزه‌های آبریز را در ارزیابی پیچیدگی‌های فنی موجود در تشخیص سطح مدل‌سازی و پایش مورد نیاز یاری می‌دهد.

عوامل حاکم بر فرایندهای زوال و انتقال بارهای آلاینده، که بر میزان اکسیژن محلول نیز اثرگذار هستند، شامل عواملی است که با اندازه و تغییرپذیری منابع نقطه‌ای، شرایط هیدرولوژیکی جریان و انتقال آلاینده‌ها در رودخانه مرتبط است. اصل پایه در فرمول‌بندی مدل‌های کیفی آب، اصل تعادل جرم است. بر اساس این اصل، تجمع یک پارامتر کیفی آب در یک بازه زمانی برای یک محدوده از رودخانه از رابطهٔ زیر قابل محاسبه

شد. همچنین تاثیر پارامترهای نیترات، فسفات و اکسیژن‌خواهی بیولوژیکی بر اساس توصیه EPA (Anon, 1997)، از فرمول‌بندی سینتیکی درجه صفر تعیین شد.

### مدل‌های عددی

معادله دینامیکی یک بعدی تعادل جرم اکسیژن محلول (رابطه ۳)، یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی است که، جز در موارد بسیار ساده، حل تحلیلی آن مقدور نیست. روش‌های محاسباتی که معمولاً برای این‌گونه معادلات به کار می‌روند عبارت‌اند از: روش تفاضلات محدود، روش عناصر محدود و روش احجام محدود (Abbott & Basco, 1989). از بین این روش‌ها، استفاده از روش تفاضلات محدود گسترده‌تر است. برای استفاده از روش‌های عددی، متغیرهای ناپیوسته جانشین متغیرهای پیوسته شده و دستگاه معادلات جبری حاصل عموماً با استفاده از روش‌های مستقیم و یا روش‌های تکراری و مشابه آن حل می‌شوند. در تحقیق حاضر، از چهار روش عددی تفاضل محدود شامل: FTCS<sup>۱</sup>، Lax & Wendroff، UPSTREAM و QUICKEST برای حل رابطه ۳ استفاده شد. در ادامه، روابط نهایی حاصل از روش‌های مذکور در گسسته‌سازی رابطه ۳ بر اساس پیشنهاد ابوت و باسکو (Abbott & Basco, 1989) ارائه شده است. در روابط ۴، ۵، ۶ و ۷ پارامترها به شرح زیرند:

$$Cr = \text{عدد کورانت (بدون بعد)}, \quad \gamma = \text{عدد گاما (بدون بعد)},$$

$$\Delta t = \text{گام زمانی}, \quad \Delta x = \text{گام مکانی}, \quad i = \text{شماره گره و } n = \text{تعداد گره.}$$

روش عددی FTCS<sup>۱</sup>:

$$c_i^{n+1} = (1 - 2\gamma - \Delta t k_a) c_i^n + \left(\frac{1}{2} Cr + \gamma\right) c_{i-1}^n + \left(\gamma - \frac{1}{2} Cr\right) c_{i+1}^n + \Delta t k_a c_s - \Delta t k_c L \quad (4)$$

$$D = \frac{k_c L c_0}{k_a - k_c} (e^{-k_c t} - e^{-k_a t}) + D_0 e^{-k_a t} \quad (2)$$

که در آن‌ها،  
 $L_{c0}$  = غلظت اولیه BOD؛  $L_c$  = غلظت BOD؛  $k_c$  = ضریب زوال BOD؛  $c$  = غلظت اکسیژن محلول؛  $c_s$  = غلظت اکسیژن محلول اشباع؛  $k_a$  = ضریب هوادهی؛  $D_0$  = کمبود اکسیژن محلول در زمان صفر؛ و  $D$  = کمبود اکسیژن محلول بر حسب میلی‌گرم در لیتر است که می‌توان آن را به صورت  $c - c_s$  نیز نشان داد.

در تحقیق حاضر بر اساس رابطه ۱ و با در نظر گرفتن منابع و مصارف اکسیژن محلول و اضافه کردن ترم‌های انتقال و پخش و همچنین با فرض یکنواخت بودن جریان در طول بازه، توزیع اکسیژن محلول بر اساس رابطه ۳ (Anon, 1997) مدل شد:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial x} + D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + k_a (c_s - c) - k_d L - \alpha_1 N - \alpha_2 P \quad (3)$$

که در آن،  
 $u$  = سرعت متوسط جریان آب رودخانه (متر بر ثانیه)؛  
 $D_x$  = ضریب پخش طولی (متر مربع بر ثانیه)؛  $k_a$  = ضریب هوادهی (یک بر روز)؛  $c_s$  = غلظت اشباع اکسیژن محلول (میلی‌گرم در لیتر) که با توجه به دمای ۱۷ درجه سلسیوس آب رودخانه پسیخان در زمان نمونه‌برداری و غلظت اکسیژن محلول اشباع ۹/۷۵ میلی‌گرم در لیتر به دست آمد؛  $k_d$  = ضریب زوال اکسیژن‌خواهی بیولوژیکی (یک بر روز)؛  $L$  = غلظت اکسیژن‌خواهی بیولوژیکی (میلی‌گرم در لیتر)؛  $\alpha_1$  = ضریب زوال نیتروژن نیتراتی (یک بر روز)؛  $\alpha_2$  = ضریب زوال فسفات (یک بر روز)؛  $N$  = غلظت نیتروژن نیتراتی (میلی‌گرم در لیتر)؛ و  $P$  = غلظت فسفات (میلی‌گرم در لیتر) است (مقدار عددی دو ضریب اخیر بر اساس مقادیر پیشنهادی ملکی (Maleki, 2007) لحاظ

روش عددی QUICKEST:

محلول اندازه‌گیری شده در ابتدا و انتهای بازه مورد مطالعه در نظر گرفته شد و شرط اولیه نیز مقادیر غلظت اندازه‌گیری شده اکسیژن محلول در نقاط میانی بازه را به خود اختصاص داد.

$$c_i^n = (1 - \Delta t k_a) c_i^n + \left[ \gamma(1 - Cr) - \frac{Cr}{6}(Cr^2 - 3Cr + 2) \right] c_{i+1}^n - \left[ \gamma(2 - 3Cr) - \frac{Cr}{2}(Cr^2 - 2Cr - 1) \right] c_i^n + \left[ \gamma(1 - 3Cr) - \frac{Cr}{2}(Cr^2 - Cr - 2) \right] c_{i-1}^n \quad (5)$$

$$\left[ \gamma(Cr) + \frac{Cr}{6}(Cr^2 - 1) \right] c_{i-2}^n + \Delta t k_a c_s - \Delta t k_c L$$

ضریب هوادهی ( $K_a$ )

پژوهشگران ثابت کرده‌اند سرعت اکسیژن‌گیری متناسب با کمبود اکسیژن از حد اشباع آن است (Langbein & Duram, 1967; Misra, et al. 2006; Serkon & Evine, 2009).

روش عددی (First order Upwind) Upstream:

عوامل متعددی از جمله فشار، دما، غلظت املاح آب و از همه مهم‌تر میزان مصرف اکسیژن آب جاری بر میزان اکسیژن‌گیری مؤثر هستند. به طور کلی، جذب اکسیژن اتمسفر روند مشخصی دارد و روش‌های متعددی برای محاسبه آن در دسترس است که به دلیل اهمیت ضریب هوادهی و بررسی آنالیز حساسیت و واسنجی آن و افزایش دقت در محاسبه این پارامتر از چهار روش به شرح جدول ۱ استفاده شد. در روش‌های مذکور  $H$  عمق متوسط و  $u$  سرعت متوسط جریان است.

$$c_i^{n+1} = (1 - Cr - 2\gamma - \Delta t k_a) c_i^n + (Cr + \gamma) c_{i-1}^n + \gamma c_{i+1}^n + \Delta t k_a c_s - \Delta t k_c L \quad (6)$$

روش عددی Lax & Wendroff:

$$c_i^{n+1} = (1 - Cr^2 - 2\gamma - k_a \Delta t) c_i^n + \left( \frac{Cr^2}{2} + \gamma - \frac{Cr}{2} \right) c_{i+1}^n + \left( \frac{Cr}{2} + \frac{Cr^2}{2} + \gamma \right) c_{i-1}^n + k_a c_s - k_a c_i^n - k_c L \quad (7)$$

در تحقیق حاضر، برنامه کامپیوتری روش‌های عددی مورد استفاده با استفاده از نرم‌افزارهای Fortran90 و اکسل ۲۰۰۷ توسعه داده شد. شرایط مرزی، غلظت اکسیژن

جدول ۱- روابط تجربی تخمین ضرایب هوادهی

ضریب هوادهی (یک بر روز)	رابطه	مأخذ
۷/۵۴	$k_a = \frac{3.9u^{0.5}}{H^{1.5}}$	(O'Connor, 1976)
۳/۵۱	$k_a = \frac{2.2208 u}{H^{1.33}}$	(Langbein & Duram, 1967)
۱/۴۶	$k_a = \frac{1.923 u^{0.273}}{2.303 H^{1.33}}$	(Ling, 2010)
۱۰/۹۱	$k_a = \frac{5.23u}{H^{1.67}}$	(Boulton, 1954)

ضریب زوال BOD ( $k_c$ )

مواد بر حسب زمان را نشان می‌دهد و چنانچه در مسیر رودخانه، جریان فرعی اعم از فاضلاب یا شاخه‌های فرعی از جریان به رودخانه تخلیه شوند، بر ضریب زوال تأثیر می‌گذارند و ضروری است محاسبه آن در مقطع مذکور تکرار شود. در تحقیق حاضر به دلیل نبود داده‌های کافی

ضریب زوال اکسیژن خواهی بیولوژیکی روند سرعت تجزیه مواد آلی در شرایط هوازی را بیان می‌کند که عمدتاً میکروارگانیزم‌ها در آن دخالت دارند و در یک سیستم بسته محاسبه می‌شود. به عبارت دیگر،  $k_c$  روند تبدیل

در روابط ۱۱ و ۱۲،  $k_{c,20}$  و  $k_{a,20}$  به ترتیب ضریب زوال BOD و ضریب هوادهی در دمای ۲۰ درجه سلسیوس و  $k_{c,T}$  و  $k_{a,T}$  به ترتیب ضریب زوال BOD و ضریب هوادهی در دمای  $T$  درجه سلسیوس هستند. مقدار  $\theta$  در مواقعی که دمای آب بین ۴ تا ۲۰ درجه سلسیوس باشد، برابر  $1/135$  و در مواقعی که دمای آب بین ۲۰ تا ۳۰ درجه سلسیوس باشد، برابر  $1/56$  لحاظ می‌شود. به دلیل اختلاف کم نتایج شبیه‌سازی مدل‌های عددی تحقیق حاضر، برای مقایسه نتایج حل تحلیلی و حل‌های عددی در مقابل داده‌های میدانی از این چهار پارامتر آماری استفاده شد: ضریب همبستگی ( $R^2$ )، متوسط خطای مطلق (MAE)، مجذور متوسط مربعات خطا (RMSE) و درصد خطای متوسط (ERROR). این پارامترها به شکل زیر تعریف شده‌اند (Anderson & Woessner, 1992):

$$RMSE = \left[ \sum_{i=1}^n \frac{(X_{ip} - X_{im})^2}{n} \right]^{0.5} \quad (13)$$

$$R^2 = \frac{(\sum_{i=1}^n X_{ip} X_{im})^2}{\sum_{i=1}^n X_{ip}^2 \sum_{i=1}^n X_{im}^2} \quad (14)$$

$$\%ERROR = \frac{\sum_{i=1}^n |X_{ip} - X_{im}|}{\sum_{i=1}^n X_{im}} \times 100 \quad (15)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |X_{ip} - X_{im}|}{n} \quad (16)$$

در روابط ۱۳ تا ۱۶،  $X_{ip}$  و  $X_{im}$  به ترتیب مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر اندازه‌گیری شده و  $n$  تعداد داده‌ها است.

### نتایج و بحث

نتایج واسنجی ضرایب سینتیکی مدل به روش سعی و خطا انجام شد که در ادامه ارائه شده است. قابل ذکر است که به دلیل حساسیت زیاد مدل به ضریب هوادهی، چهار روش تجربی برای آنالیز حساسیت مدل به این ضریب در

و همچنین تطابق فرضیات روش مورد استفاده با شرایط فیزیکی رودخانه مورد مطالعه (سیستم بسته)، فقط از روش استریتر-فلپس استفاده شد. این روش برای محاسبه  $k_c$  رابطه ۸ پیشنهاد شده است (Streeter & Phelps, 1925).

$$k_c = \frac{1}{\Delta t} \log \frac{L_a}{L_b} \quad (8)$$

که در آن،

$\Delta t$  = زمان عبور بین دو نقطه نمونه‌برداری؛  $L_a$  = مقدار BOD در بالادست رودخانه؛ و  $L_b$  = مقدار BOD در پایین دست آن است.

### ضریب پخش طولی ( $D_x$ )

در تخمین ضریب پخش طولی رودخانه پسیخان، از روابط تجربی کاشفی‌پور و فالکونر (Kashefipour & Falconer, 2002) استفاده شد، که در آن‌ها:  $H$  = عمق متوسط جریان؛  $u^*$  = سرعت متوسط برشی؛ و  $u$  = سرعت متوسط جریان؛  $S$  = شیب کف رودخانه؛ و  $g$  = شتاب ثقل است.

$$D_x = 10.612 Hu \left( \frac{u}{u^*} \right) \quad (9)$$

$$u^* = \sqrt{gHS} \quad (10)$$

### تعدیل دمایی

ضریب زوال BOD و ضریب هوادهی به دمای آب بستگی دارد و دما نیز سرعت اکثر فرآیندهای بیولوژیکی را بالا می‌برد. آزمایش‌ها معمولاً در دمای ۲۰ درجه سلسیوس اجرا می‌شود، بنابراین، در دماهای دیگر باید این دو ضریب تعدیل شوند که در تحقیق حاضر از روابط ۱۱ و ۱۲ برای این منظور استفاده شد (Yu & Salvador, 2005).

$$k_{c,T} = k_{c,20} (\theta)^{T-20} \quad (11)$$

$$k_{a,T} = k_{a,20} (\theta)^{T-20} \quad (12)$$

خطای مطلق ۰/۴۳، نسبت به سایر روش‌های عددی و همچنین روش‌های تجربی دارای بیشترین دقت است. از میان روش‌های مذکور، روش عددی Lax & Wendroff با ضریب هوادهی O'Connor بهترین همبستگی را با داده‌های میدانی رودخانه پسیخان در بازه مورد مطالعه داراست. همچنین، با توجه به نتایج به دست آمده مشخص می‌شود که همه روش‌های عددی در شبیه‌سازی پارامتر کیفی اکسیژن محلول در رودخانه پسیخان دقت خوبی دارند. بهترین روش‌های تجربی در برآورد ضریب هوادهی در این رودخانه، روش‌های Boulton و O'Connor هستند. ضریب پخش طولی جریان مساوی ۲/۴۷ متر مربع بر ثانیه به دست آمد.

نظر گرفته شد و در نهایت بهترین ضریب هوادهی و روش تجربی برآورد آن مشخص گردید. همچنین، خروجی مدل با داده‌های میدانی مقایسه شد. معادله یک بعدی تعادل جرم اکسیژن محلول توسط مدل‌های عددی حل و نتایج آن با مدل استریتر-فلپس و داده‌های میدانی به وسیله پارامترهای آماری مقایسه شد که نتایج در جدول ۲ ارائه شده است.

از جدول ۲ مشاهده می‌شود که به طور کلی و با توجه به پارامترهای آماری مختلف، روش عددی Upstream - که در آن از ضریب هوادهی Boulton استفاده شده است - با وجود ضریب همبستگی ۰/۸۴، مجذور متوسط مربعات خطای ۰/۴۷، درصد خطای متوسط ۵/۴۶ و متوسط

جدول ۲- پارامترهای آماری روش تحلیلی Streeter-Phelps و روش‌های عددی Lax & Wendroff, Upstream, FTCS و QUICKEST در مقابل داده‌های صحرایی

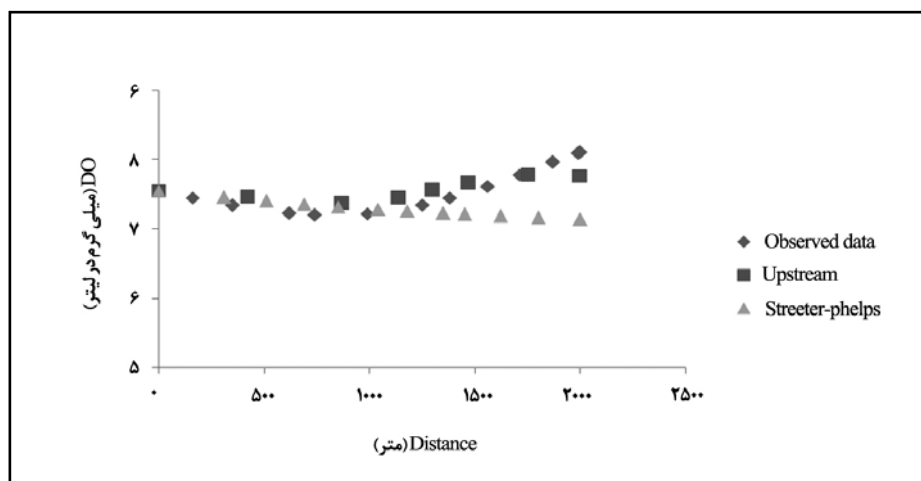
پارامتر آماری					
RMSE	MAE	R <sup>2</sup>	ERROR (درصد)	ضریب هوادهی	مدل
۰/۶۷۸	۰/۶۳۲	۰/۲۶۶	۷/۹۹۳	O'Connor	Streeter-Phelps
۰/۹۰۲	۰/۸۶۵	۰/۲۴۱	۱۰/۹۸۶	Duram	
۱/۰۴۰	۱/۰۱۱	۰/۱۷۳	۱۲/۶۳۱	Ling	
۰/۵۱۱	۰/۴۶۹	۰/۲۱۳	۵/۸۵۲	Boulton	
۰/۴۹۴	۰/۴۴۲	۰/۸۸۸	۵/۶۵۴	O'Connor	Upstream
۰/۶۱۶	۰/۵۴۷	۰/۷۵۶	۶/۹۰۱	Duram	
۰/۶۶۲	۰/۵۸۱	۰/۶۴۷	۷/۴۳۱	Ling	
۰/۴۷۰	۰/۴۳۰	۰/۸۴۳	۵/۴۶۳	Boulton	
۰/۴۹۵	۰/۴۵۲	۰/۸۸۰	۵/۷۰۲	O'Connor	FTCS
۰/۶۹۵	۰/۵۵۶	۰/۷۶۱	۶/۹۵۴	Duram	
۰/۶۷۲	۰/۵۹۳	۰/۶۵۲	۷/۴۸۳	Ling	
۰/۴۸۳	۰/۴۳۸	۰/۸۵۲	۵/۵۱۶	Boulton	
۰/۴۹۰	۰/۴۵۳	۰/۸۸۶	۵/۶۹۴	O'Connor	QUICKEST
۰/۶۲۱	۰/۵۴۴	۰/۷۶۴	۶/۹۴۸	Duram	
۰/۶۷۶	۰/۵۹۰	۰/۶۵۳	۷/۴۷۶	Ling	
۰/۴۷۴	۰/۴۳۶	۰/۸۵۱	۵/۵۰۱	Boulton	
۰/۴۹۱	۰/۴۵۱	۰/۸۸۹	۵/۶۹۳	O'Connor	Lax & Wendroff
۰/۶۲۵	۰/۵۴۶	۰/۷۶۰	۶/۹۴۲	Duram	
۰/۶۷۲	۰/۵۹۱	۰/۶۵۶	۷/۴۷۷	Ling	
۰/۴۷۸	۰/۴۳۲	۰/۸۵۴	۵/۵۰۵	Boulton	



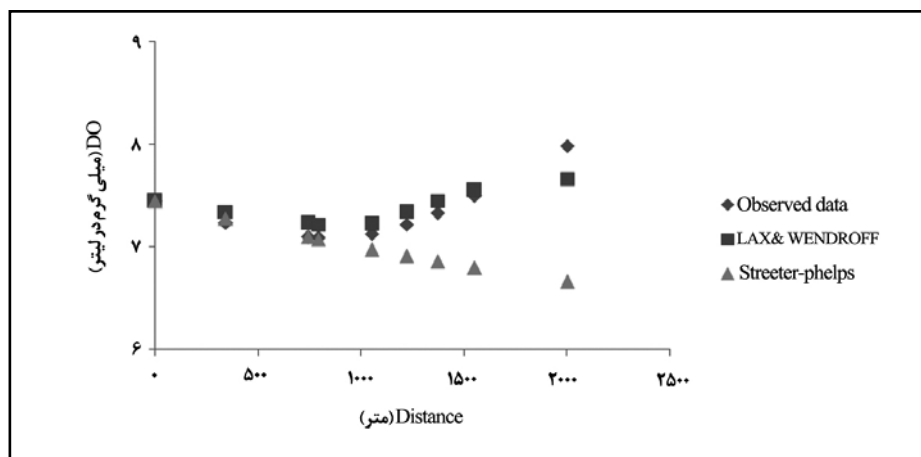
بررسی خودپالایی جریان‌های رودخانه‌ای با...

بیشترین دقت را از خود نشان داد، تغییرات غلظت اکسیژن محلول نسبت به فاصله با استفاده از مدل‌های عددی Upstream و Lax & Wendroff با ضریب هوادهی O'Connor ترسیم و در شکل‌های ۲ و ۳ ارائه شده است.

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، پارامتر کیفی اکسیژن محلول با روش‌های عددی و مدل استریتر-فلپس در مقابل داده‌های میدانی رودخانه پسیخان شبیه‌سازی شد. با توجه به این‌که روش عددی Upstream



شکل ۲- نتایج حل عددی و تحلیلی با استفاده از ضریب هوادهی Boulton در مقابل داده‌های میدانی



شکل ۳- نتایج حل عددی و تحلیلی با استفاده از ضریب هوادهی O'Connor در مقابل داده‌های میدانی

طول بازه مورد نظر تفاوت چندانی با هم ندارند. نتایج مطالعات مستوفی‌زاده و کاشفی‌پور (Mostofizadeh & Kashefipour, 2010) در حل معادله انتقال-پخش در دقت پیش‌بینی پارامتر اکسیژن‌خواهی بیولوژیکی نیز این موضوع را تأیید می‌کند. این محققان

همان‌طور که در شکل‌های ۲ و ۳ مشخص می‌شود، مدل‌های عددی Upstream و Lax & Wendroff نسبت به روش استریتر-فلپس تطابق بیشتری با داده‌های میدانی دارد. مقایسه روش‌های عددی با یکدیگر نشان می‌دهد که دقت آن‌ها در شبیه‌سازی اکسیژن محلول در

شبیه‌سازی روش‌های عددی و حل تحلیلی پارامتر اکسیژن محلول در رودخانه پسیخان و بررسی روند تغییرات آن، مشخص شد که ضریب هوادهی یکی از مهم‌ترین ضرایب سینتیکی است که در دقت نتایج این روش‌ها سهم بسزایی دارد. نظر به این‌که همه روش‌های عددی دقت مناسبی از خود نشان دادند، با مقایسه پارامترهای آماری و میزان همبستگی نتایج عددی با داده‌های میدانی، مشخص شد که روش Upstream بیشترین دقت را در شبیه‌سازی اکسیژن محلول در رودخانه پسیخان دارد.

با مقایسه نتایج روش‌های عددی با یکدیگر و روش حل تحلیلی، مشخص شد که در میان روش‌های برآورد ضریب هوادهی ضریب تجربی هوادهی Boulton دقت قابل قبولی دارد. روش تجربی O'Connor نیز بعد از روش Boulton، دقت خوبی در برآورد ضریب هوادهی دارد.

#### قدردانی

این تحقیق و تهیه مقالات مربوط با پشتیبانی دانشگاه تهران و شرکت سهامی آب منطقه‌ای گیلان (طرح شماره ۳۹۶۴۹/۱۶) ممکن شده است. که بدین‌وسیله از همه مسئولان این دو سپاسگزاری می‌شود.

گفته‌اند که برای افزایش دقت باید در مورد ضرایب تجربی به کار رفته در معادلات انتقال- پخش بیشتر مطالعه شود. گوتوسو (Gotovtsev, 2010) نیز درباره دقت اندک روش استریتر- فلپس، می‌گوید که این روش بازخورد بین غلظت اکسیژن محلول و نسبت اکسیداسیون مواد آلی و ترم‌های انتقال و پخش را در نظر نگرفته و این مسأله باعث کاهش دقت شبیه‌سازی می‌شود. همچنین، روش استریتر- فلپس وابستگی بسیار زیادی به ضرایب هوادهی و زوال دارد، زیرا تنها این دو ضریب در این معادله به کار گرفته شده و خطا در انتخاب مقادیر این ضرایب می‌تواند خطای زیادی را در نتایج ایجاد کند.

#### نتیجه‌گیری

مقایسه نتایج حل روش‌های عددی و حل تحلیلی استریتر- فلپس نشان‌دهنده دقت بیشتر روش‌های عددی نسبت به حل تحلیلی مذکور در شبیه‌سازی غلظت اکسیژن محلول در رودخانه پسیخان است. علت این موضوع را می‌توان به نبود ترم‌های انتقال و پخش در رابطه استریتر- فلپس نسبت داد. این محدودیت در تحقیق حاضر با اضافه کردن ترم‌های انتقال و پخش به حل تحلیلی استریتر- فلپس برطرف شد. با توجه به نتایج

#### مراجع

- Abbott, M. B. and Basco, D. R. 1989. Computational Fluid Dynamics an Introduction for Engineers. Longman Singapore Pub. Harlow.
- Anderson, M. P. and Woessner, W. W. 1992. Applied Groundwater Modeling: Simulation of Flow and Advective Transport. Academic Press, Inc. San Diego.
- Anon. 1997. Technical Guidance Manual for Developing Total Maximum Daily Loads (TMDLs). United State Environmental Protection Agency (EPA).
- Boulton, N. S. 1954. The drawdown of the water table under non-steady condition near a pumped well in an unconfined formation. Porc. Inst. Civil Eng. 3(4): 564-579.
- Chapra, C. S. 1997. Surface Water Quality Modeling. The McGraw-Hill Company. Inc.

- Gotovtsev, A. V. 2010. Modification of the streeter–phelps with the aim to account for the feedback between dissolved oxygen concentration and organic matter oxidation rate. *Water Resour.* 37(2): 245–251.
- Kashefipour, S. M. and Falconer, R. A. 2002. Longitudinal dispersion coefficient in natural channels. *Water Res.* 36(6): 1596-1608.
- Khatami, S. H. 2007. *Stream Self-Purification*. Iran Department of the Environment. (in Farsi)
- Langbein, W. B. and Duram, W. H. 1967. *The Aeration Capacity of Streams*. U. S. Department of Interior. Geological Survey. Washington D. C.
- Ling, L., Chunli, Q., Qidong, P., Zhifeng, Y. and Qianhong, G. 2010. Numerical simulation of dissolved oxygen supersaturation flow over the three gorges dam spillway. *Tsinghua Sci. Technol.* 15(5): 574-579.
- Maleki, R. 2007. Comparison between WASP6 and MIKE11 softwares in water quality simulation: case study: Fomanat basin. M. Sc. Thesis. Tarbiat Modares University. Tehran. Iran. (in Farsi)
- Misra, A. K., Chandra, P. and Shukla, J. B. 2006. Mathematical modeling and analysis of the depletion of dissolved oxygen in water bodies. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*. 7, 980-996.
- Mostofizadeh, Sh. and Kashefipour, S. M. 2008. Numerical methods on accurately prediction advection-dispersion equation. *Proceeding of the First Iranian National Conference on Applied Researches in Water Resources*. Kermanshah. Iran. (in Farsi)
- Nazari-Alavi, A., Mirzai, M., Sajadi, S. A. A. and Alamolhoda, A. A. 2007. Surveying the Jagrood river's self-purification. *Proceeding of the 6<sup>th</sup> International Conference on Environmental Informatics*. Nov. 21-23. Bangkok. Thailand. 5, 605- 611.
- O'Connor, D. J. 1976. The concentration of dissolved solids and river flow. *Water Resour. Res.* 12(2): 279-294.
- Pei, F. and Xiao, R. 2007. Experiment of impact of river hydraulic characteristics on nutrients purification coefficient. *J. Hydrodynamics*. 19(3): 387-393.
- Serkon, N. and Evine, N. 2009. Water quality modeling and dissolved oxygen balance in streams: a point source streeter-phelps application in the Harsit stream. *Clean- Soil Air Water*. 37(1): 67- 74.
- Streeter, H. W. and Phelps, E. B. 1925. *A Study of the Pollution and Natural Purification of the Ohio Rivers. III. Factors Concerned in the Phenomena of Oxidation and Reaeration*. U. S. Public Health Service. Bulletin. 146.
- Tuchkovenko, Y. S. and Lonin, S. A. 2003. Mathematical model of the oxygen regime of Cartagena Bay. *Ecol. Model.* 165 (1): 91-106.
- Yu, L. and Salvador, N. N. B. 2005. Modeling water quality rivers. *Am. J. Appl. Sci.* 2(4): 881-886.

## **A Mathematical Model for River Flow Assimilation: A Case Study of Pasikhan River, Iran**

**A. H. Ansaripour, K. Ebrahimi\* and M. H. Omid**

\* Corresponding Author: Associate Professor of Water Resources Engineering, Department of Irrigation and Reclamation Engineering, University of Tehran, Karaj, Iran. E-mail: EbrahimiK@ut.ac.ir

Received: 7 June 2012, Accepted: 4 May 2013

The self-purification capacity of rivers is a function of time, space, nature, intensity of the pollution load and the condition of the river bed. Evaluating a river self-purification rate requires determination of the dissolved oxygen levels. The level of pollution and oxygen shortages at critical points along the river should be investigated. In the other words, the estimation of river contaminants is based on the self-purification capacity. The Streeter-Phelps method is a well-known approach for evaluating the level of dissolved oxygen in a river and it can be restricted to ignore advection and dispersion terms. It is possible to model the self-purification process knowing the aquatic parameters and pollutants. In this paper, the basic Streeter-Phelps equation has been analytically solved. Advection and dispersion terms have been included in the equation to increase the accuracy of the predictions. The new equation was then modeled using FTCS, Upstream, Lax & Wendroff, and QUICKEST numerical methods. A 2 km section of the Pasikhan River was chosen for field testing and the required water samples were taken and lab tested for DO, BOD5, NO3 and PO4. The analytical and numerical results for predicting dissolved oxygen were compared with the field data. The results showed that all numerical predictions were in good agreement with the measured data, but the Upstream method showed the best results. Furthermore, the results indicated that the numerical methods performed better than the Streeter-Phelps base model. This may have been caused by the addition of the advection and dispersion terms to the Streeter-Phelps base model.

**Keywords:** Dissolved oxygen, Mathematical model, Numerical methods, Pasikhan River, Self-purification, Streeter-Phelps model